



7. Representa gráficamente el conjunto solución de las siguientes inecuaciones.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3y-3 \leq 0 \\ 3x+2y+6 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y-1 \leq 2x \\ 3-2x \geq -y \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x-y+1 \leq 5 \\ x-y > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y-3 \leq 0 \\ x+y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$$

8. Escribir las ecuaciones de las siguientes circunferencias, y representarlas gráficamente:

- Centro C (3 ; -2) y radio 4.
- Centro C(0 ; 0) y radio 5.
- Centro C(1 ; 2), y pasa por el punto A(3 ; 1).
- Centro (-8 ; 6) y pasa por O(0 ; 0).
- Los puntos A(1 ; 2) y B(3 ; 6) son los extremos de un diámetro.

9. Representar gráficamente las circunferencias cuyas ecuaciones son:

- $x^2 + y^2 = 9$
- $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 4$
- $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$
- $x^2 + y^2 - 5x + 3y - \frac{15}{2} = 0$
- $x^2 + y^2 + 2y = 0$
- $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$

10. Demostrar que los puntos (2 ; 8), (5 ; 7) y (7 ; 3) pertenecen a una circunferencia de centro (2 ; 3) y radio 5.

11. Estudia la posición de las siguientes rectas respecto a las circunferencias dadas analítica y gráficamente:

- $r) y = -x + 3$ $C) x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$
- $r) x + y + 1 = 0$ $C) x^2 + y^2 - 10x + 7 = 0$
- $r) x + y - 10 = 0$ $C) x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$

12. Hallar la ecuación del plano determinado por los puntos A(1; -3; 2), B(2; -2; -3) y C(3; -6; 2).

- Hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos A(2; 4; 0), B(4; 0; 2), y C(0; 1; 1).
- Determinar las coordenadas de X, Y, Z, los puntos de corte de dicho plano con los ejes coordenados. Representar gráficamente el plano.
- Determinar las ecuaciones de las trazas del plano.
- Hallar el perímetro del triángulo XYZ.

14. Demostrar que los puntos (2; 1; 3), B(3; -5; -1), C(-6; 7; -9), y D(-2; 4; -3) pertenecen al mismo plano.

- Resolver los siguientes sistemas por escalerización y clasificarlos.
- Indicar que posición relativa presentan los planos cuyas ecuaciones integran los sistemas.

$$\text{i. } \begin{cases} x - 3y - 5z = -25 \\ -2x + 3y - z = 0 \\ 3x + y - 3z = -7 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 4 \\ 6x - 9y + 12z = 12 \\ 5x - \frac{15}{2}y + 10z = 10 \end{cases} \quad \text{iii. } \begin{cases} -x + 3y + z = 0 \\ x + y + z = -3 \\ 8x - 4y + 2z = -15 \end{cases}$$

$$\text{iv. } \begin{cases} 2x + 3y - 2z = -1 \\ 3x + 4y + 4z = 12 \\ -4x + 2y - 5z = -8 \end{cases} \quad \text{v. } \begin{cases} x + z = 4 \\ 2x + 4y - 6z = 1 \\ -3x - 6y + 9z = 6 \end{cases} \quad \text{vi. } \begin{cases} -2x + 4y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = -\frac{1}{2} \\ 3x + 6y - 3z = -1 \end{cases}$$

16. Escribir como potencia de base real y exponente natural: ($a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$)

$$\begin{aligned} a \cdot a \cdot a \cdot a &= a^2 \cdot a^2 \cdot a^5 = 100 = 1000000 = 10^2 \cdot 10 \cdot 10^3 = e \cdot e = 10^5 10^9 = \\ a \cdot a^7 &= a^n \cdot a = 5 \cdot 5^n = 5^2 \cdot 5^n = (2^4)^3 = (e^8)^5 = e^2 \cdot e^4 = (a^3)^2 = \\ (10^5)^3 &= (a^4)^3 \cdot a = (5^n)^2 \cdot 5^4 = 7^n (7^n)^3 = \frac{a^8}{a} = \frac{a^8}{a^3} = \frac{10^{14}}{10^5} = \\ \frac{a^n}{a} &= \frac{5^n}{5^2} = \frac{(3^5)^2}{3^2 \cdot 3^5} = 2^7 3^7 = a^5 b^5 = \frac{10^4}{2^4} = \frac{2^4}{a^4} = \frac{1}{2^7} = \frac{8^4}{2^5 3^7} = \\ 2 \cdot 3^5 + 7 \cdot 3^5 &= \frac{4 \cdot 10^3 + 10^3}{5^4} = \end{aligned}$$

17. Escribir como potencia de base real y exponente entero:

$$\begin{aligned} 10^4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-7} &= 10^{-2} \cdot 10^{-3} = a^{-2} \cdot a^8 = 10^{-12} \cdot 10^{12} = 10^8 \cdot (10^2)^{-3} = \\ \frac{a^2}{a^5} &= \frac{a^8}{a^{-2}} = \frac{e^{-1}}{e} = \frac{10^7 \cdot 10}{10^{-5} \cdot 10^2} = \frac{a^{-4}}{a \cdot a^{-5}} = \frac{e \cdot e^3}{(e^{-2})^3} = \end{aligned}$$

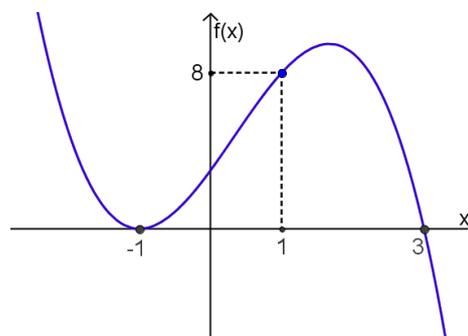
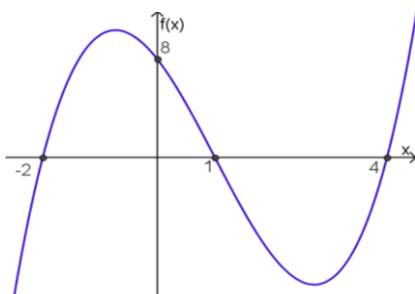
18. Resuelve en \mathbb{R} , las siguientes ecuaciones. Verifica existencia.

- a) $\log_{10} x = 2$ b) $\log_x 144 = 2$ c) $\log_x 1024 = 5$ d) $\log_{1/2} x = 2$
- e) $\log_8 x = 1/3$ f) $\log_{10}(3x + 25) = 2$ g) $\log_{\sqrt{5}}(5 - x) = 2$
- h) $\log_3(3x - 2) = 2$ i) $\log_{10}(x^2 - 15x) = 3$ j) $\log_5(2x^2 + 6x + 25) = 2$
- k) $\log_2\left(\frac{3x^2 + 5}{2x - 1}\right) = 3$ l) $\log(x + 1) + \log(2x - 8) = 2$ n) $\log(x + 1) - \log x = 1$
- o) $L(4x - 1) - L(x - 2) = L(5)$ p) $\log_{x+2}(x^2 + 2x + 1) = 0$
- q) $2 \cdot \log x - \log(6 - x) = 0$ r) $5 \log_2(x + 3) = \log_2 32$

19. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

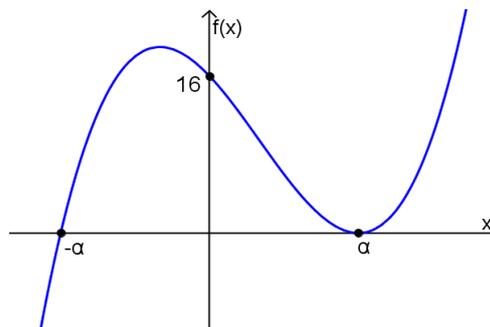
- a) $3^{4x-2} = 3^{-x-4}$ b) $2^x = 4096$ c) $5^{3-x} = 125$ d) $2^{x+1} = 4^x$
- e) $3^{x+1} = 9^{x-2}$ f) $2^x \cdot 2^3 = 2$ g) $3^{x^2-3x+3} = 3$ h) $3^{4x} \cdot 3^{x+2} = 9^{2x-3}$
- i) $4^{3x} \cdot 4^{2x-2} = 64$ j) $4^{x^2+2x} = 2^{x^2+5}$ k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-2} = 2^{x-2}$ l) $(e^{5-x})^{x+3} = 1$
- m) $32^{x+1} = 2^6 \cdot 2^{3x} \cdot 2$ n) $4^{x+3} = \frac{1}{2^{x-3}}$ o) $2^x = 0,75$ p) $2^{x-3} = 108$
- q) $5^{x+2} = 273$ r) $10^x = 427$

20. Dadas las gráficas de las funciones polinómicas de grado 3 que se adjuntan:



a- Halla su descomposición factorial.

b- Resolver en \mathbf{R} , $f(x) \leq 0$.



21. Determina la expresión analítica de la siguiente función polinómica f de 3er grado a partir de su representación gráfica y sabiendo que tiene por coeficiente principal 2.

22. a- De la función polinómica $f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$, se sabe que una raíz es 5. Hallar las restantes raíces, escribirlo en su forma factorial, representar signo y bosquejar gráfico.

b- Para $t(x) = 2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$. Hallar las raíces, escribirlo en su forma factorial, representar signo y bosquejar gráfico

23. Dados las siguientes funciones, representar su signo y bosquejar sus gráficos:

a- $g(x) = -2(x+3)(x-3)(x+1)$ b- $h(x) = x(x+2)^2$ c- $j(x) = 2(x+3)(x-5)^2$

d- $k(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ e- $k(x) = -5x^3 + 4x^2 + x$

24. Sea $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$

a- Determina a y b , sabiendo que $f(1) = -12$ y que 2 es raíz de $f(x)$.

b- Resuelve $f(x) = 0$ y escribe su descomposición factorial.

c- Determina $g(x)$ de segundo grado sabiendo que su representación gráfica pasa por el origen, $g(x)$ dividido por $(x-2)$ da resto -10 y que $g(-1) = 14$.

d- Resuelve la ecuación $f(x) = g(x)$.

25. Encuentra funciones polinómicas de tercer grado en cada uno de los siguientes casos:

a- De raíces 2, 3 y -4.

b- Otra diferente a la anterior con las mismas raíces.

c- Con una única raíz real 2.

d- Con una raíz real 2 pero de tal modo que el índice de multiplicidad de la raíz sea diferente que en el caso anterior.

e- Con raíces 2, 5 y -1, y coeficiente principal es 4.

f- Cuyas únicas raíces reales sean -3 y 1 y su coeficiente principal 4.

g- Otra diferente a la anterior con las mismas condiciones.

26. Resolver en \mathbf{R} :

a) $3x^2 + 4x = 0$ b) $\frac{-2x+6}{2-x} = 4$ c) $\frac{x+3}{x+5} = \frac{7}{x+5}$ d) $\frac{x+2}{x+5} = \frac{x+1}{x+3}$ e) $\frac{x+2}{x-3} = 2(x-1)$

f) $x = \frac{-2-2x}{x+1}$ g) $16x^2 - 49 \geq 0$ h) $\frac{x^2-1}{3} + x < 3$ i) $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)} \geq 0$ j) $\frac{x^2+2x+1}{x-3} \leq 0$



27. Sabiendo que $\sqrt{-1} = i$, expresa las siguientes raíces de la forma $a\sqrt{b}i$ o ai (según corresponda), con a y b reales positivos.

$$\begin{array}{cccc} a)\sqrt{-4} & b)\sqrt{-2} & c)\sqrt{-100} & d)\sqrt{-6} \\ e)\sqrt{-25} & f)\sqrt{-32} & g)\sqrt{-36} & h)\sqrt{-12} \end{array}$$

28. Resolver en \mathbb{C} , las siguientes ecuaciones, representar gráficamente las soluciones, escribiéndolas en forma cartesiana y polar.

$$\begin{array}{lll} a)x^2+4=0 & b)x^2-2x+2=0 & c)x^2+49=0 \\ d)x^2+4x+13=0 & e)4x^2+8x+5=0 & f)3x^2+x+10=0 \end{array}$$

29. Calcula y expresa en forma binómica:

$$\begin{array}{lll} a) 2 + i + (5 + 2i)(3 - 3i) & b) (2 + 3i)(3 - 2i) + 5 - 4i \\ c) \frac{(3+3i)(4-2i)}{2-2i} & d) \frac{-2+3i}{(4+2i)(-1+i)} & e) \frac{2+5i}{3-2i}(1-i) \end{array}$$

30. Con los números naturales del 1 al 9 se forman números de 4 cifras sin repetirse.

- ¿Cuántos se pueden formar?
- ¿Cuántos empiezan con 9 y no contienen al 3?
- ¿Cuántos son menores que 4000?

31. En las vacaciones de julio, Juan decide llevarse 3 libros para leer. Dispone de 5 novelas y 4 cuentos. ¿De cuántas maneras puede elegirlos si desea llevarse al menos una novela?

32. En un hospital se utilizan cinco símbolos para clasificar las historias clínicas de sus pacientes, de manera que los dos primeros son letras y los tres últimos son dígitos.

- ¿cuántas historias podrían hacerse en total?
- ¿cuántas serían si se impone la condición de que las letras no pueden ser iguales?

33. De una urna que contiene 10 bolas blancas y 8 negras se hacen dos extracciones sin reposición. Calcula la probabilidad de sacar:

- Dos bolas blancas
- Primero una negra y después una blanca.
- De distinto color.
- De igual color

Halla las mismas probabilidades si las extracciones se hicieran con reposición.

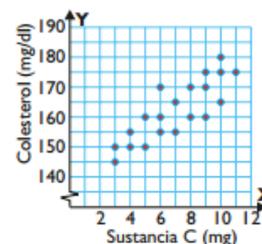
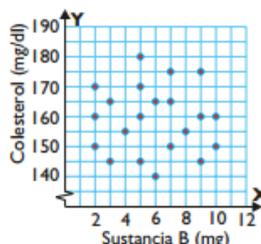
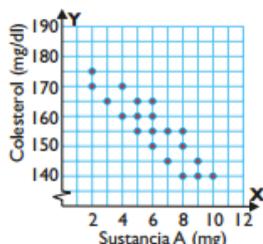
34. Un laboratorio farmacéutico ha comprobado que un 40% de los que toman un analgésico sufren efectos secundarios. De 5 usuarios, halla la probabilidad de que sufran efectos secundarios:

- Más de 3.
- Al menos 2.

35. Un examen tipo test consta de 10 preguntas con 4 respuestas de las cuales sólo una es correcta. Si un alumno contesta al azar cual es la probabilidad de:

- Que conteste bien las 10 preguntas
- Que conteste bien 8 preguntas
- Que conteste mal todas las preguntas
- Si se aprueba con 8 o más respuestas correctas, ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe?

36. Se ha administrado una sustancia A, otra B y otra C a 20 individuos para estudiar su relación con los niveles de colesterol. Observando las gráficas, indica qué sustancia tiene mayor relación con la subida o bajada de colesterol.



37. La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos por centímetro cúbico de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido.

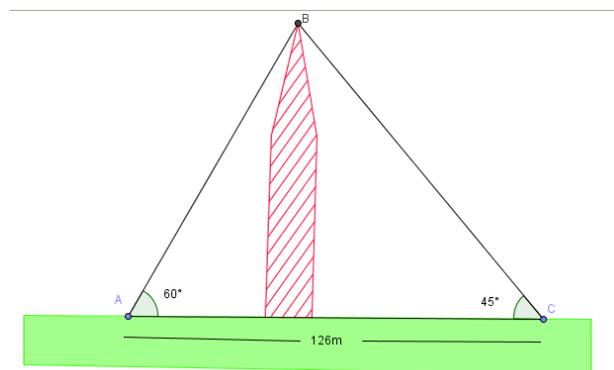
Nº DE HORAS	0	1	2	3	4	5
Nº DE GÉRMENES	20	26	33	41	47	53

- a- Realiza la nube de puntos.
 b- Calcula la media de las horas y la media del número de gérmenes. Representa el centro de gravedad y traza aproximadamente la recta de regresión.
 c- ¿Qué cantidad de gérmenes por centímetro cúbico es predecible encontrar cuando hayan transcurrido 6 horas? ¿Es buena predicción?

38. Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura. Calcula:

- El valor del ángulo ABC
- La longitud de los cables
- La altura de la antena

39. En un paralelogramo dos lados miden 38 m y 54 m, y el ángulo comprendido entre ellos es 67° . Calcula la medida de cada una de sus diagonales.



40. En un paralelogramo una de las diagonales forma un ángulo de 30° con uno de los lados. Si la diagonal mide 50 cm y el lado 40 cm ¿Cuál es el perímetro del paralelogramo?